

# Programa ONGM 2021

## Clasele IX-XII

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapele a II-a și a III-a sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.

Clasa	Etapa I (20.02.2021)	Etapa a II-a (20.03.2021)	Etapa a III-a (Aprilie 2021)
IX	<p><b>Algebră</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Mulțimea numerelor reale</li> <li>○ <i>Inegalitatea mediilor.</i></li> <li>○ <i>Inegalitatea Cauchy-Buniakovski-Schwarz</i></li> <li>○ Mulțimi și elemente de logică matematică.</li> </ul> <p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vectori în plan (conținutul programei școlare)</li> <li>○ Coliniaritate, concurență, paralelism (conținutul programei școlare)</li> </ul>	<p><b>Algebră</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Șiruri (funcții definite pe mulțimea numerelor naturale)</li> <li>○ Progresii aritmetice și geometrice</li> <li>○ <i>Recurențe liniare de ordinul I și II</i></li> <li>○ <i>Ecuatii în numere întregi: <math>ax + by = c</math> ; <math>x^2 + y^2 = z^2</math>.</i></li> <li>○ <i>Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid.</i></li> <li>○ <i>Congruențe modulo n.</i></li> <li>○ <i>Teoremele Fermat, Wilson;</i></li> <li>○ <i>Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebâșev</i></li> </ul> <p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson</i></li> <li>○ <i>Puncte și linii importante în triunghi. Teoreme de concurență și coliniaritate. Relații metrice</i></li> </ul>	<p><b>Algebră</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Funcții. Proprietăți ale funcțiilor numerice. Compunerea funcțiilor</li> <li>○ Funcțiile de gradul I și al II-lea</li> <li>○ <i>Mulțimi numărabile (<math>\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}</math>) și nenumărabile (<math>\mathbb{R}</math>)</i></li> <li>○ <i>Densitatea în <math>\mathbb{R}</math> a mulțimilor <math>\mathbb{Q}</math> și <math>\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}</math> (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale).</i></li> <li>○ <i>Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă a este irațional, mulțimea valorilor șirului <math>(\{na\})_{n \geq 1}</math> este densă în <math>[0,1]</math>).</i></li> <li>○ <i>Indicatorul lui Euler: <math>\varphi(n) =</math> numărul numerelor prime cu n, mai mici decât n; teorema lui Euler</i></li> </ul> <p><b>Geometrie și trigonometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Elemente de trigonometrie</li> <li>○ Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană</li> </ul>

Clasa	Etapa I (20.02.2021)	Etapa a II-a (20.03.2021)	Etapa a III-a (Aprilie 2021)
X	<b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Mulțimea numerelor reale. Radicali. Logaritmi</li> <li>○ Funcții injective/surjective/bijective</li> <li>○ Funcții inversabile</li> <li>○ Funcții putere/radical. Ecuații iraționale</li> <li>○ Funcții și ecuații exponențiale și logaritmice</li> </ul>	<b>Algebră/Geometrie și trigonometrie</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Funcții trigonometrice și invers trigonometrice</li> <li>○ Ecuații trigonometrice</li> <li>○ <i>Funcții convexe. Inegalitatea lui Jensen</i></li> <li>○ Numere complexe</li> <li>○ <i>Aplicații ale numerelor complexe în geometrie</i></li> </ul>	<b>Algebră/Geometrie și trigonometrie</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Metode de numărare</li> <li>○ Geometrie analitică</li> <li>○ <i>Polinoame</i></li> <li>○ <i>C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două polinoame; algoritmul lui Euclid</i></li> <li>○ <i>Teorema fundamentală a algebrei</i></li> <li>○ <i>Teorema lui Bezout. Rădăcini multiple.</i></li> <li>○ <i>Relații între rădăcini și coeficienți</i></li> <li>○ <i>Polinoame ireductibile</i></li> </ul>
XI	<b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Permutări. <i>Descompunerea unei permutări în produs de cicluri disjuncte, respectiv transpoziții.</i></li> <li>○ Matrice și determinanți. Matrice inversabile</li> <li>○ <i>Ecuația caracteristică a unei matrice. Teorema Hamilton-Cayley</i></li> <li>○ Aplicații ale determinanților în geometria plană</li> </ul> <b>Analiză matematică</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Mulțimea numerelor reale.</li> <li>○ Șiruri. Limite de șiruri. Limite de funcții</li> <li>○ <i>Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert</i></li> <li>○ <i>Lema intervalelor închise (Cantor)</i></li> <li>○ <i>Mulțimi dense în <math>\mathbb{R}</math></i></li> </ul>	<b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Rangul unei matrice</li> <li>○ <i>Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două matrice</i></li> <li>○ <i>Polinom caracteristic, valori proprii</i></li> </ul> <b>Analiză matematică</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Funcții continue</li> <li>○ <i>Discontinuități de prima și a doua speță.</i></li> <li>○ <i>Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux).</i></li> <li>○ <i>Puncte limită pentru șiruri</i></li> <li>○ <i>Mulțimi numărabile și nenumărabile</i></li> </ul>	<b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Sisteme de ecuații liniare</li> </ul> <b>Analiză matematică</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Funcții derivabile. Proprietățile funcțiilor derivabile</li> <li>○ <i>Teorema lui Darboux. Teorema lui Cauchy</i></li> <li>○ <i>Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange</i></li> </ul>
XII	<b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Grupuri (conținutul programei școlare).</li> <li>○ <i>Grupuri finite. Grupuri finit generate</i></li> <li>○ <i>Subgrupuri clasice (centralizatorul unui element sau al unei mulțimi, centrul unui grup, nucleul și imaginea unui morfism)</i></li> <li>○ <i>Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy.</i></li> </ul> <b>Analiză matematică</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Primitive</li> <li>○ Integrala definită</li> </ul>	<b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Inele și corpuri</li> <li>○ <i>Morfisme de semigrupuri, monoizi</i></li> <li>○ <i>Elemente nilpotente și elemente idempotente</i></li> <li>○ <i>Orice corp finit este comutativ.</i></li> </ul> <b>Analiză matematică</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Aplicații ale integralei definite</li> </ul>	<b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Inele de polinoame</li> </ul> <b>Analiză matematică</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate</i></li> <li>○ <i>Mulțimi neglijabile Lebesgue.</i></li> <li>○ <i>Criteriul lui Lebesgue de integrabilitate</i></li> </ul>