

# Programa olimpiadei de matematică pentru clasele IX – XII în anul școlar 2013-2014

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, marcate cu text *înclinat* în prezenta programă, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

## Clasa a IX-a

### ALGEBRĂ

#### Etapa județeană

1. Mulțimea numerelor reale
2. Elemente de logică și teoria mulțimilor
3. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale (șiruri)
  - Conținutul programei școlare
  - *Recurențe liniare de ordinul I și II*
4. Noțiuni și rezultate suplimentare
  - Ecuații în numere întregi :  $ax + by = c$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ . Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid. Congruențe modulo  $n$ . Teoremele Fermat, Wilson;
  - Inegalitatea mediilor. Inegalitatea Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebășev;

#### Etapa națională

5. Funcții
  - Lecturi grafice. Proprietăți ale funcțiilor numerice (conținutul programei școlare). Compunerea funcțiilor
  - Funcția de gradul I. Funcția de gradul al II-lea
6. Noțiuni și rezultate suplimentare
  - Densitatea în  $\mathbb{R}$  a mulțimilor  $\mathbb{Q}$  și  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale). Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă  $a$  este irațional, mulțimea valorilor șirului  $(\{an\})_{n \geq 1}$  este densă în  $[0,1]$ ).
  - Indicatorul lui Euler:  $\varphi(n)$  = numărul numerelor prime cu  $n$ , mai mici decât  $n$ ; teorema lui Euler

### GEOMETRIE

#### Etapa județeană

1. Vectori în plan
2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană
3. Noțiuni și rezultate suplimentare
  - *Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson*
  - *Puncte și linii importante în triunghi. Teoreme de concurență și coliniaritate. Relații metrice.*

#### Etapa națională

4. Elemente de trigonometrie
5. Aplicații ale trigonometriei în geometrie

## Clasa a X-a

### Etapa județeană

#### 1. Mulțimi de numere

- Conținutul programei școlare
- *Aplicații ale numerelor complexe în geometrie*

#### 2. Funcții și ecuații

- Conținutul programei școlare
- *Convexitate în sensul lui Jensen, inegalități deduse din convexitate*

### Etapa națională

#### 3. Metode de numărare

#### 4. Geometrie analitică

#### 5. Polinoame

- *C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame.*
- *Teorema fundamentală a algebrei. Teorema lui Bezout. Rădăcini multiple. Relații între rădăcini și coeficienți*
- *Polinoame ireductibile*

## Clasa a XI-a

### ALGEBRĂ

#### Etapa județeană

#### 1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică

- Conținutul programei școlare, cu excepția temei „Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare”
- *Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți, respectiv transpoziții.*
- *Ecuația caracteristică a unei matrice; Teorema Hamilton-Cayley.*
- *Rangul unei matrice din  $M_{m,n}(\mathbb{C})$ . Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două matrice*

#### Etapa națională

#### 2. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică

- Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de  $m$  ecuații liniare cu  $n$  necunoscute
- *Polinom caracteristic, valori proprii*

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

#### Etapa județeană

#### 1. Mulțimea numerelor reale. Șiruri de numere reale. Limite de funcții.

#### 2. Funcții continue

#### 3. Noțiuni și rezultate suplimentare

- *Mulțimi numărabile și nenumărabile ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  sunt numărabile și  $\mathbb{R}$  este nenumărabilă).*
- *Mulțimi dense în  $\mathbb{R}$ , lema intervalului închis (Cantor). Mulțimi numărabile și nenumărabile:  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  sunt numărabile și  $\mathbb{R}$  este nenumărabilă*
- *Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert. Puncte limită pentru șiruri*
- *Discontinuități de prima și a doua speță. Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux).*

#### Etapa națională

#### 4. Funcții derivabile. Reprezentarea grafică a funcțiilor

- Conținutul programei școlare
- *Teorema lui Darboux. Teorema lui Cauchy. Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange.*

## Clasa a XII-a

### ALGEBRĂ

#### Etapa județeană

##### 1. Grupuri. Inele și corpuri

- Conținutul programei școlare
- *Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Grupuri finit generate.*
- *Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc);*
- *Orice corp finit este comutativ.*

#### Etapa națională

##### 2. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

#### Etapa județeană

##### 1. Primitive

##### 2. Integrala definită

- Conținutul programei școlare
- *Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate*

#### Etapa națională

##### 3. Aplicații ale integralei definite

##### 4. Noțiuni și rezultate suplimentare

- *Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue*

#### NOTE.

1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.
3. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare