

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ PENTRU CLASELE IV – VIII
„OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA”
Etapa județeană – 12.03.2022

Clasa a V-a

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Problema 1

(7 puncte)

- a) Arătați că numărul : $a = 2 + 4 + 6 + \dots + 4042 + 2022$ este pătrat perfect.
- b) Determinați ultima cifră a numărului $2021^{2022} + 2022^{2021}$.
- c) Determinați restul împărțirii numărului $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2020 \cdot 2021 + 2022$ la 15.

Barem:

a) $a = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2021) + 2022$

1p

$a = 2 \cdot (2021 \cdot 2022 : 2) + 2022$

$a = 2021 \cdot 2022 + 2022$

1p

$a = 2022(2021 + 1)$

$a = 2022^2$

1p

b) $u(2021^{2022}) = u(1^{2022}) = 1$

$u(2022^{2021}) = u(2^{2021})$

1p

$u(2^{2021}) = u(2^{4 \cdot 505 + 1}) = u(2^1) = 2$

Finalizare: $u(2021^{2022} + 2022^{2021}) = u(1 + 2) = 3$

1p

c) în produsul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2020 \cdot 2021$ apare și factorul 15 $\Rightarrow 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2020 \cdot 2021 : 15$

\Rightarrow restul împărțirii numărului b la 15 este egal cu restul împărțirii numărului 2022 la 15

1p

$2022 : 15 = 134, \text{rest } 12 \Rightarrow$ restul împărțirii numărului b la 15 este egal 12

1p

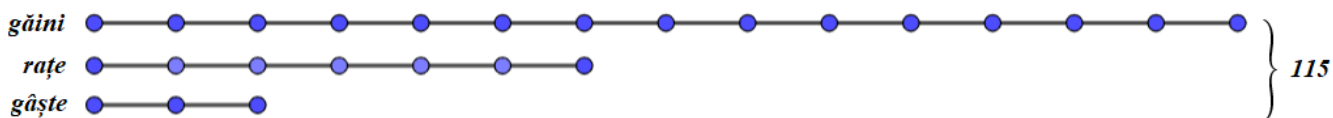
Problema 2

(7 puncte)

Aflându-se la bunici, Sandală vrea să numere păsările din curte. El observă că le poate grupa astfel încât la 5 găini să corespundă 2 rațe, iar la 3 rațe să corespundă o gâscă. Știind că bunica are în curte 115 păsări, află câte păsări de fiecare fel are bunica în curte.

Barem:

Pentru a respecta cerința, căutăm câte grupe cuprind 15 găini, 6 rațe și 2 găște:

**3p**

Avem $115:23 = 5$ astfel de grupe

2p

$\Rightarrow 15 \cdot 5 = 75$ găini, $6 \cdot 5 = 30$ rațe și $2 \cdot 5 = 10$ găște

2p**Problema 3****(7 puncte)**

Adidas își propune să rezolve până la olimpiada de matematică niște probleme. Dacă ar rezolva câte 8 probleme pe zi, i-ar rămâne 4 probleme nerezolvare, iar dacă ar rezolva câte 11 probleme pe zi, îi rămân două zile libere și o zi cu o singură problemă. Aflați câte zile sunt până la olimpiada de matematică și câte probleme și-a propus Adidas să rezolve.

Barem:**Reprezentare grafică**

8	8	...	8		8	8	8	+4
11	11	...	11		1	0	0	

1p

Observăm că:

- după linie rămân de rezolvat $8 \cdot 3 + 4 = 28$ de probleme dacă rezolvă 8 probleme pe zi **1p**

- după linie rămân de rezolvat 1 problemă dacă rezolvă 11 probleme pe zi **1p**

$$28 - 1 = 27$$

$11 - 8 = 3$ probleme pe zi rezolvate în plus în zilele în care rezolvă câte 11 probleme pe zi **1p**

$$27:3 = 9 \text{ zile până la linie} \quad \mathbf{1p}$$

$9 + 3 = 12$ zile până la olimpiadă **1p**

$$12 \cdot 8 + 4 = 100 \text{ sau } 9 \cdot 11 + 1 = 100 \text{ probleme și-a propus să rezolve Adidas.} \quad \mathbf{1p}$$

Problema 4**(7 puncte)**

Un bancomat este alimentat cu bancnote de 3 € (euro) și bancnote de 5 €. O persoană nu poate extrage mai mult de 1 000 € la o tranzacție.

a) Arătați că bancomatul poate elibera sumele de 8 €, 9 € și 10 €, dar nu poate elibera suma de 7 €.

b) Aflați numărul minim de bancnote pe care le poate elibera bancomatul pentru a elibera suma de 1 000 €.

- c) Aflați numărul maxim de bancnote pe care le poate elibera bancomatul pentru a elibera suma de 1 000 €

Barem:

a) $3 \text{ €} + 5 \text{ €} = 8 \text{ €}$

$3 \text{ €} + 3 \text{ €} + 3 \text{ €} = 9 \text{ €}$

1p

$10 \text{ €} + 10 \text{ €} = 10 \text{ €}$

Cu două bancnote de 3 €, eliberează suma de 6 €

Cu o bancnotă de 3 € și una de 5 € eliberează suma de 8 €

Cu două bancnote de 5 €, eliberează suma de 10 € \Rightarrow nu poate elibera suma de 7 € **1p**

b) numărul bancnotelor este cu atât mai mic cu cât alegem bancnote de valoare mai mare, deci vom alege cât mai multe bancnote de 5 €. **1p**

Deoarece $1000 : 5 \Rightarrow$ putem folosi doar bancnote de 5 €

\Rightarrow numărul minim de bancnote este $1000 : 5 = 200$ bancnote **1p**

c) numărul bancnotelor este cu atât mai mic cu cât alegem bancnote de valoare mai mică, deci vom alege cât mai multe bancnote de 3 €. **1p**

$1000 = 3 \cdot 333 + 1 \Rightarrow$ suma nu poate fi plătită numai cu bancnote de 3 € **1p**

$1000 = 3 \cdot 332 + 4 \Rightarrow$ suma nu poate fi plătită cu 332 bancnote de 3 €

$1000 = 3 \cdot 331 + 7 \Rightarrow$ suma nu poate fi plătită cu 331 bancnote de 3 €

$1000 = 3 \cdot 330 + 10 \Rightarrow$ suma poate fi plătită cu 330 bancnote de 3 € și 2 bancnote de 5 € **1p**

\Rightarrow numărul maxim de bancnote este $330 + 2 = 332$ bancnote **1p**