

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ PENTRU CLASELE IV – VIII
„OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA”
Etapa județeană – 12.03.2022**

Clasa a VIII-a

Problema 1

(7 puncte)

a) Comparați numerele a și b dacă:

$$a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} \text{ și } b = (\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{2}) + 6 - 2\sqrt{10}$$

b) Se consideră numerele $x = \left(\frac{12}{\sqrt{6}} + \frac{6}{\sqrt{12}} - \sqrt{24} + 2\right)^2$ și $y = \left[\frac{4}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{3}} - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 2\right]^2$.

Arătați că $x - \frac{1}{x} = \frac{1}{y} - y$

Problema 2

(7 puncte)

Se consideră expresia $E(x) = 5(x - 2)^2 - 3(x + 3)(x - 1) + 11(2x - 3) + 13$, unde $x \in \mathbb{R}$.

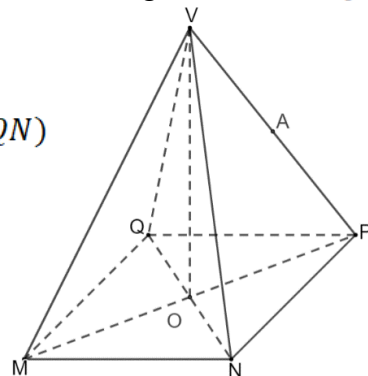
Determinați valoarea minimă a lui $E(x)$ și valoarea lui x pentru care se realizează acest minim.

Problema 3

(7 puncte)

În figura de mai jos este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VMNPQ$, cu $VM = MN = 10\sqrt{2} \text{ cm}$, iar punctul A este mijlocul muchiei VP .

- Arătați că muchia VM este paralelă cu planul (AQN) ;
- Arătați că muchia VP este perpendiculară pe planul (AQN)
- Calculați aria triunghiului AQN .

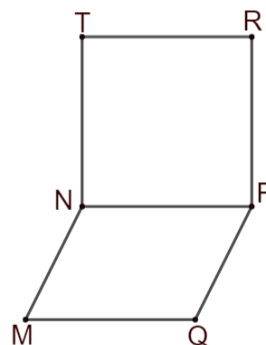


Problema 4

(7 puncte)

Pătratele $MNPQ$ și $NPRT$, au muchia comună NP și sunt situate în plane perpendiculare ca în figura de mai jos, iar $MN = 12 \text{ cm}$.

- Calculați distanța de la punctul T la mijlocul segmentului RM .
- Calculați măsura unghiului dintre dreptele NQ și TP .
- Calculați distanța de la punctul P la planul (NRQ) .



Toate subiectele sunt obligatorii!

Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.