

Olimpiada Națională „Gazeta Matematică”

Programa – clasele V-VIII

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapele a II-a și a III-a sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.

Clasa	Etapa I	Etapa a II-a	Etapa a III-a
V	<ul style="list-style-type: none"> ○ Numere naturale. Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. <i>Ultima cifră a unei puteri</i> ○ <i>Pătrate perfecte. Cuburi perfecte</i> ○ Metode de rezolvare a problemelor de aritmetică 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Divizibilitatea numerelor naturale. Divizor, multiplu, divizori comuni, multipli comuni. ○ Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 2^n, 5^n, 10^n, 3 și 9; numere prime; numere compuse. ○ <i>Scrierea numerelor naturale ca produs de factori primi</i> 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Frații ordinare (conținutul programei școlare) ○ Frații zecimale (conținutul programei școlare) ○ Elemente de geometrie și unități de măsură (conținutul programei școlare)
VI	<p>Aritmetică și algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimi. <i>Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei</i> ○ Divizibilitate. Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{N}. $[a,b] \cdot (a,b) = a \cdot b$ ○ $(a,b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$, cu $(x,y) = 1$ și $a = dx, b = dy$; ○ Dacă $[a,b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$ cu $(x,y) = 1$ și $m = ax, m = by$. ○ Rapoarte și proporții <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Unghiuri. <i>Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf</i> ○ Paralelism și perpendicularitate ○ Cercul 	<p>Aritmetică și algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor întregi ○ <i>Divizibilitatea în \mathbb{Z}. Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{Z}</i> <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Linii importante în triunghi ○ Metoda triunghiurilor congruente. <i>Cazul L.L.U.</i> ○ <i>Un triunghi este isoscel dacă și numai dacă două unghiuri ale triunghiului sunt congruente.</i> 	<p>Aritmetică și algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor raționale. <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Proprietățile triunghiurilor isoscele și echilaterale. ○ Proprietățile triunghiurilor dreptunghice. ○ <i>Teorema unghiului de 30°, teorema unghiului de 15°</i> ○ <i>Teorema referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei și reciprocele acestora</i> ○ <i>Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi</i>

Clasa	Etapa I	Etapa a II-a	Etapa a III-a
VII	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale (conținutul programei școlare) ○ Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real ○ Raționalizarea numitorilor. ○ <i>Formula radicalilor dubli</i> ○ Dacă $a, b \in \mathbb{Q}^*$ și $p, q \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ ○ Dacă $a \in \mathbb{Q}^*$ și $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, atunci $a + x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $a \cdot x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. ○ <i>Elemente de calcul algebric. Formule de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$</i> <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Patrulater (conținutul programei școlare) ○ Cercul (conținutul programei școlare). ○ <i>Patrulater inscriptibile. Patrulater circumscriptibile.</i> 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Ecuatii și sisteme de ecuații (conținutul programei școlare) <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Asemănarea triunghiurilor (conținutul programei școlare) ○ <i>Teorema paralelelor neechidistante</i> ○ <i>Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă</i> ○ <i>Puterea unui punct față de cerc</i> 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Elemente de organizare a datelor ○ <i>Identități algebrice:</i> <ul style="list-style-type: none"> a) $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}$; b) $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}$, n impar; c) $(a+b)^n = M_a + b^n$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}^*$ d) identitatea lui Lagrange: $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ ○ <i>Inegalități. Probleme de maxim și de minim</i> <ul style="list-style-type: none"> a) $a^2 + b^2 \geq 2ab$; $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, $a, b, c \in \mathbb{R}$; b) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, pentru orice $a, b > 0$; c) inegalitatea mediilor: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$, $\forall a_i > 0, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$ d) inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz: $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq$ $\geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2$, $\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$ <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Teorema lui Menelaos. Teorema lui Ceva</i> ○ <i>Relații metrice în triunghiul dreptunghic. Arii</i> ○ <i>Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor. Teorema medianei $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$.</i> ○ <i>Arii: $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$;</i> $A_\Delta = p \cdot r$; $A_\Delta = \frac{abc}{4R}$; $A_{\text{patrulater convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(d_1, d_2)}{2}$.

Clasa	Etapa I	Etapa a II-a	Etapa a III-a
VIII	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Intervale. Operații cu intervale. Inecuații ○ Calcul algebric în \mathbb{R} <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Puncte, drepte, plane. Corpuri geometrice. ○ Paralelism și perpendicularitate (conținutul programei școlare) ○ Proiecții ortogonale pe un plan (conținutul programei școlare) ○ Teorema celor trei perpendiculare 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Ecuația de gradul al II-lea <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul) ○ Calcul de arii și volume (poliedre) 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții. Elemente de statistică <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Corpuri rotunde ○ <i>Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremelor celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector</i> ○ <i>Probleme elementare de loc geometric</i>